Applicazioni lineari 2

Argomenti: applicazioni lineari **Difficoltà:** ⋆⋆⋆

Prerequisiti: matrice associata ad un'applicazione lineare, cambi di base

Nella seguente tabella vengono descritte delle applicazioni lineari tra due spazi vettoriali V e W, con le stesse convenzioni dell'esercizio precedente. Vengono poi date una base per lo spazio di partenza V ed una base per lo spazio di arrivo W. Si richiede di determinare la matrice associata all'applicazione rispetto a tale scelta delle basi in partenza ed arrivo. Non sarebbe male anche determinare, in aggiunta, la dimensione ed una base per ker e immagine.

	V	W	Applicazione	Base di V	Base di W	
1)	$\mathbb{R}^2$	$\mathbb{R}^3$	$(x-y, y, y-x)$	$v_1 = (1,2)$ $v_2 = (1,3)$	$w_1 = (1,-2,0)$ $w_2 = (0,2,1)$ $w_3 = (1,1,1)$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 7 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$
2)	$\mathbb{R}^3$	$\mathbb{R}^2$	$(x+y, 2x-y+3z)$	$v_1 = (1,-2,0)$ $v_2 = (0,2,1)$ $v_3 = (1,1,1)$	$w_1 = (1,2)$ $w_2 = (1,3)$	$\begin{pmatrix} -7 & 5 & 2 \\ 6 & -3 & 0 \end{pmatrix}$
3)	$\mathbb{R}^3$	$\mathbb{R}^2$	$(x+y, 2x-y+3z)$	$v_1 = (1,-2,0)$ $v_2 = (0,2,1)$ $v_3 = (1,1,1)$	$w_1 = (1,3)$ $w_2 = (1,2)$	$\begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -7 & 5 & 2 \end{pmatrix}$
4)	$\mathbb{R}^2$	$\mathbb{R}^2$	$(2x-3y, \cancel{y}+4y)$	$v_1 = (1,2)$ $v_2 = (1,3)$	w_1 $\cancel{y_1} = (1,4)$ w_2 $\cancel{y_2} = (1,5)$	$\begin{pmatrix} -29 & -58 \\ 25 & 52 \end{pmatrix}$
5)	$\mathbb{R}^2$	$\mathbb{R}^2$	$(2x-3y, \cancel{y}+4y)$	$v_1 = (1,4)$ $v_2 = (1,5)$	w_1 $\cancel{y_1} = (1,2)$ w_2 $\cancel{y_2} = (1,3)$	$\begin{pmatrix} -57 & -60 \\ 37 & 57 \end{pmatrix}$
6)	$\mathbb{R}^3$	$\mathbb{R}^3$	$(x+y+z, 2x-z, 3x+2y+z)$	$v_1 = (1,2,0)$ $v_2 = (0,1,1)$ $v_3 = (1,1,1)$	$w_1 = (1,0,0)$ $w_2 = (0,1,0)$ $w_3 = (0,0,1)$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$
7)	$\mathbb{R}^3$	$\mathbb{R}^3$	$(x+y+z, 2x-z, 3x+2y+z)$	$v_1 = (1,0,0)$ $v_2 = (0,1,0)$ $v_3 = (0,0,1)$	$w_1 = (1,2,0)$ $w_2 = (0,1,1)$ $w_3 = (1,1,1)$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -1 & 0 \\ 3/2 & 0 & -1 \\ 3/2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
8)	$\mathbb{R}^3$	$\mathbb{R}^3$	$(x+y+z, 2x-z, 3x+2y+z)$	$v_1 = (0,1,0)$ $v_2 = (0,0,1)$ $v_3 = (1,0,0)$	$w_1 = (0,0,1)$ $w_2 = (0,1,0)$ $w_3 = (1,0,0)$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
9)	$\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$	$\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$	$p(x+1)$	$v_1 = x^2$ $v_2 = x$ $v_3 = 1$	$w_1 = x^2+2x+1$ $w_2 = x+1$ $w_3 = 1$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
10)	$\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$	$\mathbb{R}^3$	$(p(0), p'(0), p(-1))$	$v_1 = x^2$ $v_2 = x+1$ $v_3 = x^2-1$	$w_1 = (1,-2,0)$ $w_2 = (0,2,1)$ $w_3 = (1,1,1)$	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

OSS. PER POLINOMI BASE CANONICA: $1, x, x^2, x^3 \ldots$