$$u(t) = \pm\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4\cdot t + c_1} + c_2$$

Svolgiamo la verifica scegliendo, ad esempio, la soluzione con il segno positivo :

$$\dot{u} = \frac{u}{t+u^2} \quad \text{implica che} \quad \frac{1}{\sqrt{4\cdot t+c_1}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4\cdot t+c_1}+c_2}{t+\frac{1}{4}\cdot(4\cdot t+c_1)+c_2^2+c_2\cdot\sqrt{4\cdot t+c_1}} \quad \text{da cui segue che}$$

$$t+\left(t+\frac{c_1}{4}\right)+c_2^2+c_2\cdot\sqrt{4\cdot t+c_1} = \frac{1}{2}\cdot(4\cdot t+c_1)+c_2\cdot\sqrt{4\cdot t+c_1} \quad \text{da cui discende}$$

$$2\cdot t+\frac{c_1}{4}+c_2^2 = 2\cdot t+\frac{c_1}{2} \quad \text{il che implica} \quad c_2^2 = \frac{c_1}{2}-\frac{c_1}{4} \quad \text{ed infine} \quad c_1 = 4\cdot c_2^2$$

Sostituendo e recuperando il doppio segno, otteniamo che :

$$u(t) = \pm\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4\cdot t+c_1}+c_2 = \pm\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4\cdot(t+c_2^2)}+c_2 = \pm\sqrt{t+c_2^2}+c_2$$

da cui, ponendo $c_2 = k$, segue che

$$u(t) = \pm\sqrt{t+k^2}+k \qquad k\in R$$

è soluzione dell'equazione data.