

## Cambi di base 2

**Argomenti:** matrici di cambio di base

**Difficoltà:** ★★

**Prerequisiti:** cambi di base, calcolo della matrice inversa

Sia  $\{v_1, v_2, v_3\}$  una base di uno spazio vettoriale  $V$ , sia  $\{w_1, w_2\}$  una base di uno spazio vettoriale  $W$ , e sia  $f : V \rightarrow W$  l'applicazione lineare rappresentata, in quelle basi, dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Determinare le matrici che rappresentano la stessa applicazione  $f$  rispetto alle basi indicate (se quelle indicate non sono basi, accorgersene e segnalare che la richiesta non ha senso).

	Base $V$ e Base $W$	Matrice	Base $V$ e Base $W$	Matrice
1)	$\{v_2, v_1, v_3\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 5 & 6 \end{matrix}$	$\{v_1, v_2, v_3\}$ $\{w_2, w_1\}$	$\begin{matrix} 5 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{matrix}$
2)	$\{v_2, v_3, v_1\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 5 \end{matrix}$	$\{v_3, v_2, v_1\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 \end{matrix}$
3)	$\{v_1, v_3, v_2\}$ $\{w_2, w_1\}$	$\begin{matrix} 5 & 6 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{matrix}$	$\{v_3, v_1, v_2\}$ $\{w_2, w_1\}$	$\begin{matrix} 6 & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{matrix}$
4)	$\{v_1, v_2, v_3\}$ $\{w_1, w_1 + w_2\}$	$\begin{matrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 5 & 6 \end{matrix}$	$\{v_3, v_1, v_2\}$ $\{w_1, w_1 + w_2\}$	$\begin{matrix} -3 & -3 & -3 \\ 6 & 5 & 5 \end{matrix}$
5)	$\{v_1, v_2, v_3\}$ $\{w_1 - w_2, w_1 + w_2\}$	$\begin{matrix} -3/2 & -7/2 & -7/2 \\ 5/2 & 7/2 & 9/2 \end{matrix}$	$\{v_3, v_1, v_2\}$ $\{w_1 - w_2, w_1 + w_2\}$	$\begin{matrix} -7/2 & -7/2 & -3/2 \\ 9/2 & 5/2 & 7/2 \end{matrix}$
6)	$\{v_1 + v_2, v_2, v_3\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 3 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \end{matrix}$	$\{v_1 + v_2, v_2, v_3\}$ $\{w_2, w_1\}$	$\begin{matrix} 9 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 3 \end{matrix}$
7)	$\{v_1, v_2 + v_3, v_3\}$ $\{w_1 + w_2, w_1\}$	$\begin{matrix} 5 & 11 & 6 \\ -3 & -6 & -3 \end{matrix}$	$\{v_1 + v_2, v_2, v_3\}$ $\{w_2 + w_1, w_1\}$	$\begin{matrix} 9 & 5 & 6 \\ -6 & -3 & -3 \end{matrix}$
8)	$\{v_2, v_3, v_1\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 5 \end{matrix}$	$\{v_3, v_2, v_1\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 \end{matrix}$
9)	$\{v_1 + 2v_3, v_3, v_2\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 7 & 3 & 2 \\ 16 & 6 & 5 \end{matrix}$	$\{v_1 + 2v_3, v_3, v_2\}$ $\{w_1 + 2w_2, w_2\}$	$\begin{matrix} 7 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{matrix}$
10)	$\{v_1 + v_2, v_2 + v_3, v_3 + v_1\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\begin{matrix} 3 & 5 & 5 \\ 9 & 11 & 10 \end{matrix}$	$\{v_1 + v_2, v_2 + v_3, v_3 + v_1\}$ $\{w_2, w_1\}$	$\begin{matrix} 9 & 11 & 10 \\ 3 & 5 & 5 \end{matrix}$
11)	$\{v_1 - v_2, v_2 - v_3, v_3 - v_1\}$ $\{w_1, w_2\}$	$\rightarrow$ NO BASE $r_1 + r_2 = -r_3$	$\{v_1, v_2, v_3\}$ $\{w_1 - w_2, w_2 - w_1\}$	$E_1 = -E_2$ $\rightarrow$ NO BASE
12)	$\{v_1, v_1 + v_2, v_1 + v_2 + v_3\}$ $\{w_1, w_1 + w_2\}$	$\begin{matrix} -3 & -6 & -9 \\ 5 & 9 & 15 \end{matrix}$	$\{v_1 - v_3, v_2 + v_3, v_1 - v_2\}$ $\{w_2, w_1 + w_2\}$	$\begin{matrix} 0 & 6 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{matrix}$

≡ 2° !!!