Sottospazi vettoriali 3

Argomenti: somma ed intersezione di sottospazi **Difficoltà:** ⋆⋆⋆

Prerequisiti: Span, formula di Grassmann, dipendenza ed indipendenza lineare

---

Nella seguente tabella vengono assegnati uno spazio vettoriale X e due sottospazi vettoriali V e W, definiti come lo Span dei vettori indicati nella corrispondente colonna. Determinare la dimensione di V, W, $V \cap W$, $V + W$. È molto istruttivo determinare anche una base per ciascuno di questi quattro sottospazi.

	X	V	W	$\dim(V)$	$\dim(W)$	$\dim(V \cap W)$	$\dim(V+W)$
1)	$\mathbb{R}^2$	$(1,0)$	$(1,1)$	1	1	0	2
2)	$\mathbb{R}^2$	$(1,1)$	$(2,2)$ $(3,3)$	1	1	1 $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	1
3)	$\mathbb{R}^2$	$(1,2)$	$(3,4)$ $(5,6)$	1	2	1 $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$	2
4)	$\mathbb{R}^3$	$(1,2,3)$	$(1,1,0)$ $(0,2,-1)$	1	2	0	3
5)	$\mathbb{R}^3$	$(1,1,0)$ $(1,0,1)$	$(0,1,1)$ $(1,1,1)$	2	2	1 $\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$	3
6)	$\mathbb{R}^3$	$(1,1,0)$ $(1,0,1)$	$(0,1,-1)$ $(3,1,2)$	2	2	2 $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$	2
7)	$\mathbb{R}^3$	$(-1,1,1)$ $(2,1,0)$ $(1,2,1)$	$(1,0,1)$ $(0,5,0)$ $(7,-6,7)$	2	2	1 $\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$	3
8)	$\mathbb{R}^4$	$(1,2,0,1)$ $(3,0,-1,1)$	$(1,0,1,0)$ $(0,2,-1,1)$	2	2	1 $\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix}$	3
9)	$\mathbb{R}^4$	$(0,0,1,1)$ $(0,1,1,0)$ $(1,1,0,0)$	$(1,0,1,0)$ $(0,1,0,1)$	3	2	1 $\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$	4
10)	$\mathbb{R}^4$	$(0,0,1,1)$ $(0,1,1,0)$ $(1,1,0,0)$	$(1,1,1,1)$ $(2,0,-2,0)$	3	2	2 $\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}2\\0\\-2\\0\end{pmatrix}$	3
11)	$\mathbb{R}^4$	$(1,1,0,-2)$ $(1,0,1,7)$	$(0,\pi,\sqrt{3},5)$ $(0,-1,2,5)$	2	2	0	4
12)	$\mathbb{R}_{\leq 4}[x]$	x^3+x x^4+2x^2+1 x^4+1	x^3+2x^2+x $x^4-\pi x^2+1$ x^4+3x^2+5	3	3	2 x^3+2x^2+x x^4-5x^2+2	4