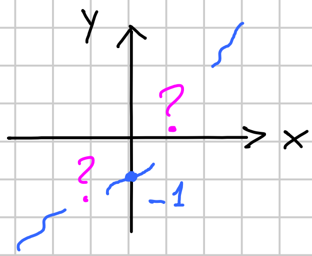
BY GIMUSI 23/11/16

Si tratta di stabilire l'iniettività della funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=\sinh(x^5)-\cosh(x^3)$

1) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$, f CONT. $\Rightarrow$ SURIETTIVA



2) $x\to 0 \qquad f(x) = -1 + x^5 + o(x^5)$

$x=0$ É UN PUNTO DI FLESSO

3) PER $x\in(-\infty,0)$ $f(x)$ É STRETTAMENTE CRESCENTE IN QUANTO SOMMA DI FUNZIONI STRETT. CRESCENTI

$$(\sinh x^5)' = 5x^4\cosh x^5 > 0, \quad (-\cosh x^3)' = -3x^2\sinh x^3 > 0$$

4) PER $x\in(0,+\infty)$ É SOMMA DI UNA FUNZIONE STRETT. CRESC. $(\sinh x^5)$ E DI UNA FUNZIONE STRETT. DECRESCENTE $(-\cosh x^3)$

$$(\sinh x^5)' = 5x^4\cosh x^5 > 0, \quad (-\cosh x^3)' = -3x^2\sinh x^3 < 0$$

$$f'(x) = 5x^4\cosh x^5 - 3x^2\sinh x^3 =$$

$$= 3x^2\sinh x^3\left(\frac{5}{3}x^2\frac{\cosh x^5}{\sinh x^3} - 1\right) > 0 \iff \frac{5}{3}x^2\frac{\cosh x^5}{\sinh x^3} > 1$$

CONSIDERIAMO DUE CASI:

(i) $x\geq 1 \qquad \frac{5}{3}x^2\frac{\cosh x^5}{\sinh x^3} \geq \frac{5}{3}x^2\frac{\cosh x^3}{\sinh x^3} \geq \frac{5}{3} > 1$

(ii) $0<x<1 \qquad \frac{5}{3}x^2\frac{\cosh x^5}{\sinh x^3} \geq \frac{5}{3}x^2\frac{\cosh x^5}{\sinh x^5} \geq \frac{5}{3}x^2\frac{\cosh x^2}{\sinh x^2} =$

$\begin{cases} y=x^2 \\ 0<y<1 \end{cases} \qquad = \frac{5}{3}y\frac{\cosh y}{\sinh y} = \frac{5}{3}\frac{y}{\tanh y} \geq \frac{5}{3} > 1$

$\leadsto$ $\forall x\in\mathbb{R}$ $f'(x)\geq 0$ CON $f'(x)=0 \iff x=0$, PER "MONOTONIA 3"

$\Rightarrow f(x)$ É STRETT. CRESCENTE $\Rightarrow f(x)$ É INIETTIVA