BY GIMUSI 28/06/15

$$f(x,y) = \log(1 + x^5 + y^2)$$

PUNTI STAZIONARI:

$$\begin{cases} f_x = \dfrac{5x^3}{1+x^5+y^2} = 0 \\ f_y = \dfrac{2y}{1+x^5+y^2} = 0 \end{cases} \rightsquigarrow P_0 = (0,0)$$

NATURA DEL PUNTO STAZIONARIO:

$$\begin{cases} f_{xx} = \dfrac{12x^2(1+x^5+y^2) - 16x^6}{(1+x^5+y^2)^2} & \rightsquigarrow f_{xx}(P_0) = 0 \\ f_{yy} = \dfrac{2(1+x^5+y^2) - 5y^2}{(1+x^5+y^2)^2} & \rightsquigarrow f_{yy}(P_0) = 2 \\ f_{xy} = f_{yx} = \dfrac{-8x^3y}{(1+x^5+y^2)^2} & \rightsquigarrow f_{xy}(P_0) = f_{yx}(P_0) = 0 \end{cases}$$

$$\rightsquigarrow H_f(P_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \text{SEGNATURA}: n^+ = 1 \quad n^0 = 1$$

SEMIDEFINITA POSITIVA

STUDIO CON TAYLOR IN $P_0 = (0,0)$

$$\log(1+x^5+y^2) = x^5 + y^2 - \frac{1}{2}(x^5+y^2)^2 + o((x^5+y^2)^2)$$

$$= x^5 + y^2 - \frac{1}{2}y^5 + o((x^2+y^2)^2)$$

$$\begin{cases} x^5 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{0\} \\ y^2 - \frac{1}{2}y^5 > 0 \quad y^2\left(1 - \frac{1}{2}y^2\right) > 0 \quad y \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \setminus \{0\} \end{cases}$$

$\rightsquigarrow P_0 = (0,0)$ È P.TO DI MINIMO RELATIVO $f(P_0) = 0$