$$\lim_{n\to+\infty} n^{n!}-(n!)^n = \lim_{n\to+\infty} \overset{\to+\infty}{n^{n!}}\left(1-\overset{\to 0}{\frac{(n!)^n}{n^{n!}}}\right)=+\infty$$

$$\begin{cases} \displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{(n!)^n}{n^{n!}}=0 \quad \text{PER CRITERIO DELLA RADICE } (a_n\geq 0) \\[2ex] \displaystyle\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{\frac{(n!)^n}{n^{n!}}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n!}{n^{(n-1)!}}=0 \qquad \overset{\to 0}{\frac{n!}{n^{(n-1)!}}}\leq \overset{\to 0}{\frac{n!}{n^n}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{n!}{n^n}=0 \quad \text{PER CRITERIO DEL RAPPORTO } (a_n\geq 0) \\[2ex] \displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{(n+1)\cancel{!}}{(n+1)^{n+1}}\,\frac{n^n}{\cancel{n!}}=\lim_{n\to+\infty}\overset{\to 1}{\frac{n+1}{n+1}}\overset{\to 1/e}{\left(\frac{n}{n+1}\right)^n}=\frac{1}{e}<1 \end{cases}$$