

$$\text{7)} \quad \{v_2, v_2+v_3, v_3\} \quad \{w_2+w_3, w_3\}$$

$$Ax=y \quad N=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad Nx_\varepsilon=x$$

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad My_\varepsilon=y \quad M^{-1}=-\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$ANx_\varepsilon=My_\varepsilon \leadsto M^{-1}ANx_\varepsilon=y_\varepsilon \quad \hat{A}x_\varepsilon=y_\varepsilon$$

$$\hat{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 5 & 11 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 11 & 6 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{7'')} \quad \{v_1+v_2, v_2, v_3\} \quad \{w_2+w_3, w_3\}$$

$$N=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 6 \\ -6 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$