

Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 17 Settembre 2022

1. Consideriamo nello spazio il triangolo con vertici nei punti

$$A = (3, 2, 1), \quad B = (0, 1, 1), \quad C = (-1, 0, 0).$$

- (a) Determinare il piede dell'altezza uscente dal vertice A .
- (b) Determinare l'area del triangolo.
- (c) Determinare l'equazione cartesiana di due piani che hanno come intersezione la retta AB .

2. Consideriamo la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare per quali valori del parametro reale a la matrice

- (a) è invertibile,
- (b) è invertibile con inversa a coefficienti interi,
- (c) ammette l'autovalore $\lambda = 4$,
- (d) è diagonalizzabile mediante una matrice ortogonale (ed in tal caso determinare tale matrice ortogonale).

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato. Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.