

## Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 23 Luglio 2022

1. Consideriamo nello spazio il piano di equazione  $x + 2y - 4z = 5$ , il punto  $P = (0, 1, 1)$  e il punto  $Q = (1, a, b)$ .
  - (a) Determinare il punto del piano più vicino a  $P$ .
  - (b) Determinare il coseno dell'angolo che il piano forma con la retta passante per l'origine ed il punto  $P$ .
  - (c) Determinare, al variare dei parametri reali  $a$  e  $b$ , la mutua posizione del piano e della retta  $PQ$ .
2. Sia  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  lo spazio dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 2. Consideriamo l'applicazione lineare da  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  in  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  definita da

$$p(x) \rightarrow p(2x + 1).$$

Determinare la forma canonica dell'applicazione, ed una base in cui la matrice associata all'applicazione assume tale forma canonica.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.