

Rette nel piano 1

Argomenti: Descrizione di rette nel piano

Difficoltà: **

Prerequisiti: Descrizione cartesiana vs descrizione parametrica per rette del piano

Scrivere nella forma $y = mx + n$ (o nella forma $x = x_0$ se si tratta di rette parallele all'asse y) l'equazione cartesiana delle rette rappresentate dalle seguenti equazioni parametriche (si intende che il parametro t varia sempre in tutto \mathbb{R}). Le equazioni parametriche sono volutamente scritte alternando a caso i possibili modi di indicarle.

	Parametrica	Cartesiana
1	$(3 + t, 5 - t)$	$y = -x + 8$
2	$(2, -1) + t(3, 4)$	$y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}$
3	$(-2, 1) + t(3, 4)$	$y = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$
4	$(5 - 6t, 3 - 8t)$	$y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}$
5	$(3t - 4, 4t - 9)$	$y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}$
6	$(t - 2, 5)$	$y = 5$
7	$(-2, 3t + 5)$	$x = -2$
8	$(5, 1) + t(0, -2)$	$x = 5$

Parametrica	Cartesiana
$(t + 5, t + 7)$	$y = x + 2$
$(3t + 7, 3t + 9)$	$y = x + 2$
$(0, 2) - t(2, 2)$	$y = x + 2$
$(3, 0) - 2t(1, -2)$	$y = -2x + 6$
$(t + 2, 2 - 2t)$	$y = -2x + 6$
$(\pi, \sqrt{2}) + t(666, 0)$	$y = \sqrt{2}$
$(3, 3) + t(-1, -1)$	$y = x$
$(2013t + 2014, 2015t - 2016)$	$y = \frac{2015}{2013}x - \frac{2015 \cdot 2014 + 2016 \cdot 2013}{2013}$

Nel seguente esercizio viene data l'equazione cartesiana di una retta r ed una descrizione parametrica con 2 costanti a e b incognite. Si chiede per quali valori di a e b (posto che ne esistano) la descrizione parametrica rappresenta proprio r . Non è una brutta idea farsi anche un disegno per capire come vanno le cose ...

	Cartesiana	Parametrica	a	b
9	$y = 2x$	$(a + t, bt)$	0	2
10	$y = 2x$	$(a + 2t, bt)$	0	4
11	$y = 2x$	$(a + t, 3 + bt)$	$3/2$	2
12	$x - y + 3 = 0$	$(a + bt, 2 - 5t)$	-1	-5
13	$x - y + 3 = 0$	$(2 - 5t, a + bt)$	5	-5
14	$x - y + 3 = 0$	$(1, a) + t(1, b)$	4	1
15	$x - y + 3 = 0$	$(2, a) + t(2, b)$	5	2
16	$x - y + 3 = 0$	$(2, a) + t(b, 2)$	5	2
17	$x + y + 3 = 0$	$(2, a) + t(b, 2)$	-5	-2

Cartesiana	Parametrica	a	b
$3x + 2y = 7$	$(1, a) + t(1, b)$	2	$-3/2$
$3x + 2y = 7$	$(1, a) + t(b, 1)$	2	$-2/3$
$3x + 2y = 7$	$(2, a) + t(b, 2)$	$1/2$	$-4/3$
$x = 3$	$(a, 5) + t(b, 7)$	3	0
$y + 2 = 0$	$(t + a, bt - 2)$	$\in \mathbb{R}$	0
$y + 2 = 0$	$(t + a, bt + 2)$	-	-
$3x - 2y = 7$	$(a + t, 3 - bt)$	$13/3$	$-3/2$
$\pi x - 2y = 3$	$(a + bt, t + 1)$	$5/\pi$	$\pi/2$
$x - 2\pi y = 3$	$(a + bt, t + 1)$	$3 + 2\pi$	$1/2\pi$

RETTE NEL PIANO 1 TEST 2

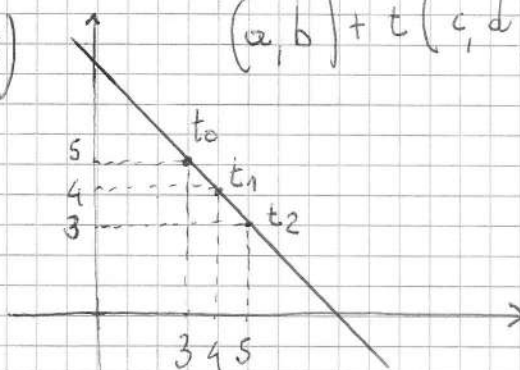
1

Parametrica $(3+t, 5-t)$ $(a,b) + t(c,d)$ oppure $(a+tc, b+td)$

per $t=0 \rightarrow (3,5)$

$t=1 \rightarrow (4,4)$

$t=2 \rightarrow (5,3)$



passaggio da parametrica a cartesiana (2° modo)

$$\begin{cases} x = 3+t \\ y = 5-t \end{cases} \begin{cases} t = x-3 \\ y = 5-x+3 \end{cases} \quad \boxed{y = -x+8} \text{ cartesiana}$$

Parametrica. $(t+5, t+7) = (5,7) + t(1,1)$ coeff. angolare $\frac{1}{1} = 1$

$$\begin{cases} x = t+5 \\ y = t+7 \end{cases} \begin{cases} t = x-5 \\ y = x-5+7 \end{cases} \text{ Cartesiana } \boxed{y = x+2}$$

Parametrica:

2 $(2,-1) + t(3,4) = (2+3t, -1+4t)$ ~~$(2+3t, -1+4t)$~~ $(2, -1) + (3, 4t)$ coeff. ang. $= \frac{4}{3}$

$t=0 \rightarrow (2,-1)$

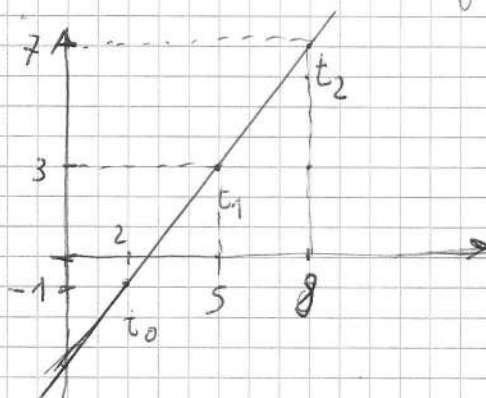
$t=1 \rightarrow (2,-1) + (3,4) = (5,3)$

$t=2 \rightarrow (2,-1) + 2(3,4) = (8,7)$

$(2+3t, -1+4t)$

$$\begin{cases} x = 2+3t \\ t = \frac{x-2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1+4t \\ y = -1+4\left(\frac{x-2}{3}\right) \end{cases} ; \quad \boxed{y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}} \text{ cartesiana}$$



Parametrica $(3t+7, 3t+9) = (7+9) + t(3,3)$ coeff ang = 1

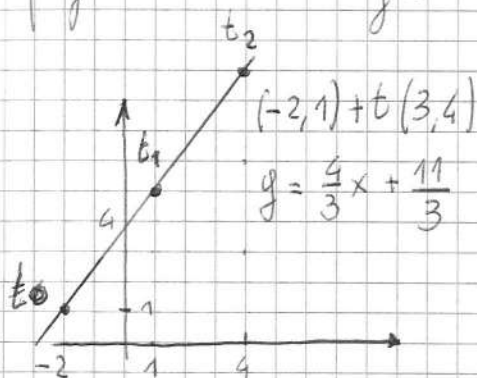
$$\begin{cases} x = 3t+7 \\ y = 3t+9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3t = x-7 \\ y = x-7+9 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = x+2} \text{ cartesiana}$$

3] Parametrica $(-2,1) + t(3,4) = (-2+3t, 1+4t)$

$$\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 1+4t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x+2}{3}$$

$$y = 1 + \frac{4x+8}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$\boxed{y = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3} \text{ Cartesiana}}$$

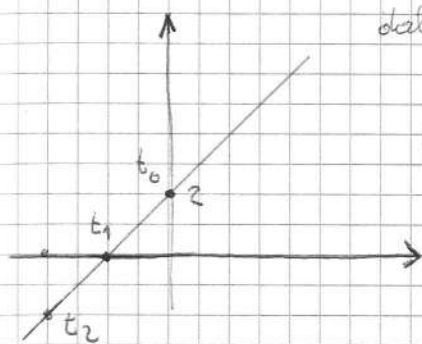


è come la 2a con n cambiato di segno la parametrica ha invertito i segni del 1° termine

Parametrica $(0,2) - t(2,2)$ coeff ang. = 1

dal grafico la cartesiana si deduce che è $y = x+2$

$$(0,2) - t(2,2) = (0-2t, 2-2t)$$



$x = 0 - 2t$

$x = -2t$

$y = 2 - 2t$

$y = 2 + x$

$$\boxed{y = x+2 \text{ cartesiana}}$$

4] Parametrica $(5-6t, 3-8t) = (5,3) + t(6,8)$ coeff ang. $\frac{4}{3}$

$$\begin{cases} x = 5-6t \\ y = 3-8t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{5-x}{6}$$

$$\boxed{y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3} \text{ cartesiana}}$$

Parametrica $(3,0) - 2t(1,-2)$ coeff ang $2-2$

$t=0 \rightarrow (3,0)$

$t=1 \rightarrow (1,4)$

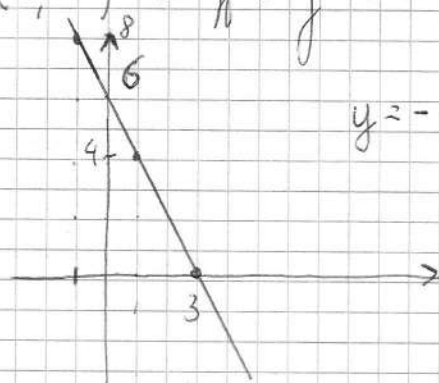
$t=2 \rightarrow (-1,8)$

$(3-2t, 0+4t)$

$x = 3-2t \quad 2t = 3-x$

$y = 4t ; y = 6-2x$

$y = -2x + 6$ Cartesiana.



5) $(3t-4, 4t-9)$ Parametrica

$x = 3t-4 \quad t = \frac{x+4}{3}$

$y = 4t-9 \quad y = \frac{4x+16-27}{3}$

$y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}$ Cartesiana.

$(t+2, 2-2t)$ Parametrica

$x = t+2 \quad t = x-2$

$y = 2-2t \quad y = 2-2x+4$

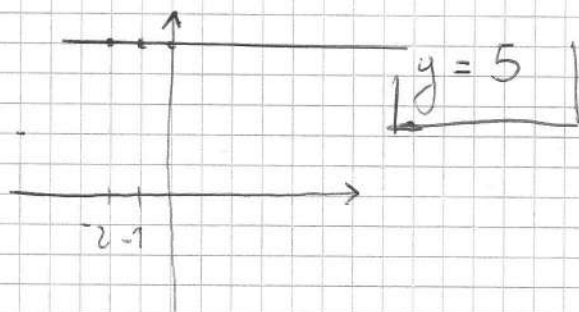
$y = -2x + 6$ Cartesiana

6) $(t-2, 5) = (-2, 5) + t(1, 0) \quad \frac{dy}{dx} = 0$ retto orizzontale

$t=0 \rightarrow (-2, 5)$

$t=1 \rightarrow (-1, 5)$

$t=2 \rightarrow (0, 5)$



$x = t-2$

$t = x+2$

$y = 5$

$y = 5$ Cartesiana

6) $(r, \sqrt{2}) + t(666, 0)$ parametrica.

$$t=0 \longrightarrow (r, \sqrt{2})$$

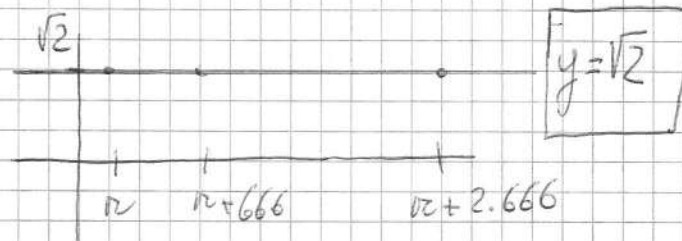
$$t=1 \longrightarrow (r+666, \sqrt{2})$$

$$t=2 \longrightarrow (r+2 \cdot 666, \sqrt{2})$$

$$(r+t \cdot 666, \sqrt{2})$$

$$x = r+t \cdot 666$$

$$y = \sqrt{2} \text{ cartesiana}$$

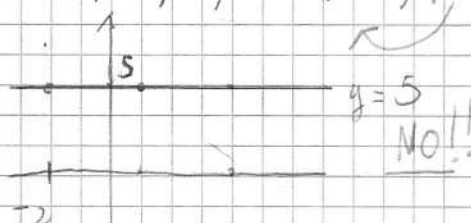


7) $(-2, 3t+5)$ Parametrica $(-2, 5) + t(3, 0)$ NO

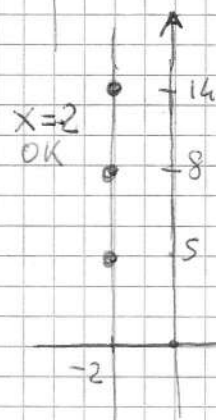
$$t=0 \longrightarrow (-2, 5)$$

$$t=1 \longrightarrow (1, 5)$$

$$t=2 \longrightarrow (4, 5)$$



$$(-2, 3t+5) = (-2, 5) + t(0, 3) \quad \begin{matrix} x=-2 \\ \text{OK} \end{matrix}$$



$$x = -2 \text{ cartesiana}$$

$$t=0 \longrightarrow -2, 5$$

$$t=1 \longrightarrow -2, 8$$

$$t=2 \longrightarrow -2, 14$$

$$(3, 3) + t(-1, -1) = (3-t, 3-t) \quad \frac{dy}{dx} = 1 \text{ coeff. ang.}$$

$$t=0 \longrightarrow (3, 3)$$

$$t=1 \longrightarrow (2, 2)$$

$$t=2 \longrightarrow (1, 1)$$



$$y = x \text{ cartesiana}$$

$$x = 3-t$$

$$t = x-3$$

$$y = 3-t$$

$$y = 3+x-3$$

$$y = x$$

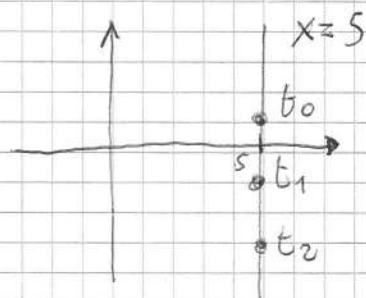
$$8) (5, 1) + t(0, -2) = (5 + 0, 1 - 2t)$$

$$\boxed{x=5 \text{ costante}}$$

$$t=0 \rightarrow (5, 1)$$

$$t=1 \rightarrow (5, -1)$$

$$t=2 \rightarrow (5, -3)$$



$$(2013t + 2014, 2015t - 2016) = (2014, -2016) + t(2013, 2015)$$

$$x = 2013t + 2014 \quad t = \frac{x-2014}{2013}$$

$$y = 2015t - 2016 \quad y = 2015 \cdot \left(\frac{x-2014}{2013} \right) - 2016$$

$$y = \frac{2015}{2013}x - \frac{2015 \cdot 2014 + 2016 \cdot 2013}{2013}$$

3° MODO vedi discussione nel forum

$$g) y = 2x \quad (a+t, bt) = (a+0) + t(1, b) = \text{punto base} + t(\text{velocità/direzione})$$

$(a, 0)$ punto base deve stare sulla retta sostituendolo nella
 " " " " equazione cartesiana $y = 2x$
 si ha $0 = 2a$ da cui $a = 0$

$t(1, b) = \text{velocità (o direzione)}$ eq. cart. $hx + ky + j = 0$ allora vettore
 velocità è qualunque multiplo
 nel nostro caso $2x - y = 0$ di $(-k, h)$ o di $(k, -h)$

un possibile vettore velocità

è $(1, 2)$ cioè $(-k, h)$ noi cerchiamo uno del tipo $(1, b)$

$$(1, 2) = (1, b) \Rightarrow b = 2$$

2° MODO "BOVINO" inserire parametrizzazione data nell'equazione
 cartesiana e poi uguagliare a zero il coefficiente della t
 ed il termine noto

$$y = 2x \quad (a+t, bt) \quad bt = 2(a+t) \quad bt = 2a + 2t \quad bt - 2t = 2a$$

$$t(b-2) = 2a \quad b-2=0 \quad \boxed{b=2} \text{ e } \boxed{a=0} \quad (0+t, 2t)$$

3b) $3x + 2y = 7$ cartesiana $(1, a) + t(1, b)$ parametrica
 $(1+t, a+bt)$ parametrica

1° modo bonino

$$3(1+t) + 2(a+bt) = 7 \quad 3+3t+2a+2bt = 7 \quad t(3+2b) + 3+2a = 7$$

coefficiente di $t = 0$ $3+2b = 0$ $b = -\frac{3}{2}$
 termine noto $= 0$

$$3+2a-7=0 \quad 2a=4 \quad a=2$$

$a=2$ si trova anche partendo da $(1, a) + t(1, b)$
 2° modo punto base + t. velocità.

$(1, a)$ punto base che deve stare nella retta sostituendo $(1, a)$
 nella equazione cartesiana si ha:

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot a = 7 \Rightarrow a = 2$$

reion)

la cartesiana \Rightarrow in forma esplicita

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2} \quad ; \quad \frac{3}{2}x + y = \frac{7}{2} \quad \text{il vettore "velocità" è qualunque multiplo } (1, -\frac{3}{2})$$

l'incirca cerchiamo un vettore del tipo $(1, b)$

$$\text{dai } (1, b) = (1, -\frac{3}{2}) \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

10) $y = 2x$ cartesiana $(a+2t, bt) = (a, 0) + t(2, b)$

$$y = 2x \quad 0 = 2a \quad a = 0$$

$$2x - y = 0 \quad (2, 4) = (2, b) \quad b = 4$$

multiplo di $(4, 2)$ moltiplicando $\times 2$ ho $(2, 4)$ 2 valore dato
 4 coordinato $= b$

Modo bonino

$$y = 2x \quad (a+2t, bt) \quad bt = 2(a+2t) \Rightarrow t(b-4) = 2a$$

coeff di $t = 0$ $b-4 = 0$ $b = 4$

termine noto $= 0$ $2a = 0$ $a = 0$

$\frac{100}{3}x + 2y = 7$ cartesiana $(1, a) + t(b, 1)$ vedere esercizio 9b

$(1, a)$ sostituire nella cartesiana $3 + 2a = 7$ $\boxed{a = 2}$

$\frac{3}{2}x + y = \frac{7}{2}$ vettore normale multiplo di $(-1, \frac{3}{2})$

dato che deve essere a $(b, 1)$ moltiplico il vettore per $\frac{2}{3}$

$(-\frac{2}{3}, 1) = (b, 1)$ da cui $\boxed{b = -\frac{2}{3}}$

11a) $y = 2x$ cartesiana $(a+t, 3+bt) = (a, 3) + t(1, b)$

$(a, 3)$ $y = 2x$ sostituire $3 = 2a$ $\boxed{a = \frac{3}{2}}$
" " x y

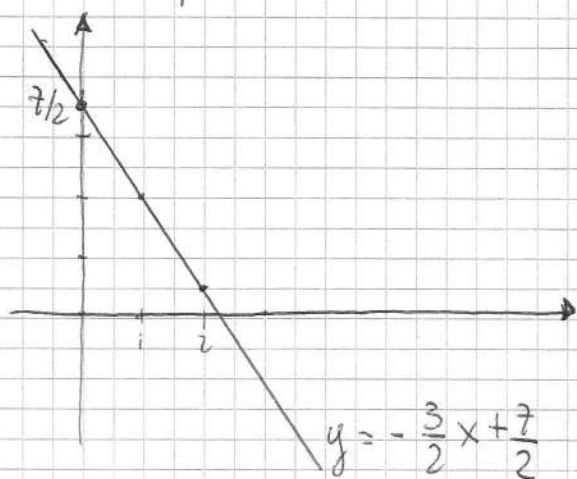
$b(1, b) = \text{"normale"}$ $2x - y = 0$ $(1, 2) = (1, b) \Rightarrow \boxed{b = 2}$

11b) $3x + 2y = 7$ cartesiana, $(2, a) + t(b, 2)$

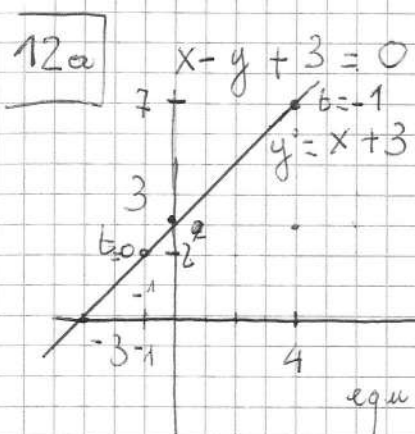
$(2, a)$ sostituire nella cartesiana $3 \cdot 2 + 2a = 7$ $\boxed{a = \frac{1}{2}}$
" " x y

$\frac{3}{2}x + y = \frac{7}{2}$ vettore normale multiplo di $(-1, \frac{3}{2})$ deve essere a $(b, 2)$

da cui moltiplico il vettore normale per $\frac{4}{3}$ $(-\frac{4}{3}, 2) \Rightarrow \boxed{b = -\frac{4}{3}}$



12a



$$(a + bt, 2 - st) = (a, 2) + t(-5, b)$$

$(a, 2)$ punto base sostituisco nelle coordinate
 $\begin{matrix} x & y \end{matrix}$ $a - 2 + 3 = 0$ $a = -1$

equ. arb. $hx + ky + j = 0$ vettore normale coppia
 qualunque multiplo di $(-k, h)$ o $(k, -h)$

$$h = 1 \quad k = -1$$

$$x - y + 3 = 0$$

$$(-1, -1) \cdot (-5, b)$$

$$(-5, -5) = (-5, -5) \quad \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $b = -5$$$

12b

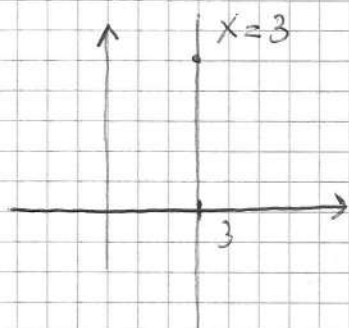
$$x = 3$$

$$(a, 5) + t(b, 7)$$

$$\begin{matrix} x & y \end{matrix} \quad x = 3 \quad \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $a = 3$ punto base $(3, 5)$$$

$$(0, 1) \cdot (b, 7)$$

$$\text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $b = 0$$$



13a

$$x - y + 3 = 0$$

$$(2 - st, a + bt) = (2, a) + t(-5, b)$$

$$\begin{matrix} (2, a) \\ x & y \end{matrix}$$

$$2 = a + 3 = 0$$

$$\text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $a = 5$ punto base $(2, 5)$$$

$$\begin{matrix} k & -h \\ x & y \end{matrix} \quad (-1, -1)$$

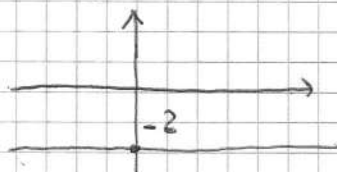
$$\cdot 5 \quad (-5, b) \quad \text{da cui } \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $b = -5$$$

$$(-5, -5) = (-5, -5)$$

13b

$$y + 2 = 0$$

$$(t + a, bt - 2) = (a, -2) + t(1, b)$$



$$\text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $a = 0$$$

$$\text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $b = 0$$$

NO a più enca $\begin{matrix} x & y \end{matrix}$ qualunque $\mathbb{R} \quad a \in \mathbb{R}$
 era giusta la prima risposta
 da avere pensato

$$14a) \quad x - y + 3 = 0 \quad (1, a) + t(1, b)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix} \quad 1 - a + 3 = 0 \quad \boxed{a = 4} \quad (1, 4) = \text{Punto base}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ b \end{pmatrix} \quad \boxed{b = 1}$$

$$14b) \quad y + 2 = 0 \quad (t + a, bt + 2) = (a, 2) + t(1, b)$$

$$y = -2 \Rightarrow 2 = -2$$

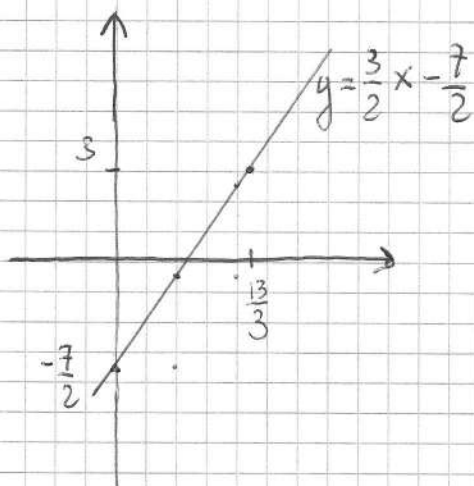
Non ci sono valori di a e b da determinare

$$15a) \quad x - y + 3 = 0 \quad (2, a) + t(2, b)$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix} \quad 2 - a + 3 = 0 \quad \boxed{a = 5} \quad (2, 5) = \text{Punto base}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ b \end{pmatrix} \quad \boxed{b = 2}$$

$$15b) \quad 3x - 2y = 7 \quad (a + t, 3 - bt) = (a, 3) + t(1, -b)$$



$$\begin{pmatrix} a \\ 3 \end{pmatrix} \quad 3a - 6 = 7 \quad \boxed{a = \frac{13}{3}}$$

$$\left(\frac{13}{3}, 3\right) = \text{Punto base}$$

$$\frac{3}{2}x - y - \frac{7}{2} = 0 \quad (-k, h) = \left(1, \frac{3}{2}\right) = (1, -b)$$

$$\boxed{b = -\frac{3}{2}}$$

$$16a) \quad x - y + 3 = 0 \quad (2, a) + t(b, 2) \quad \text{vedi 15a}$$

$$\boxed{a = 5}$$

$$\boxed{b = 2}$$

$$16b) \quad 2x - 2y = 3 \quad (a+bt, t+1) = (a, 1) + t(1, b)$$

$$\begin{matrix} (a, 1) \\ \text{"} \quad \text{"} \\ x \quad y \end{matrix} \quad 2 \cdot a - 2 = 3 \quad \boxed{a = \frac{5}{2}} \quad \text{punto base } \left(\frac{5}{2}, 1\right)$$

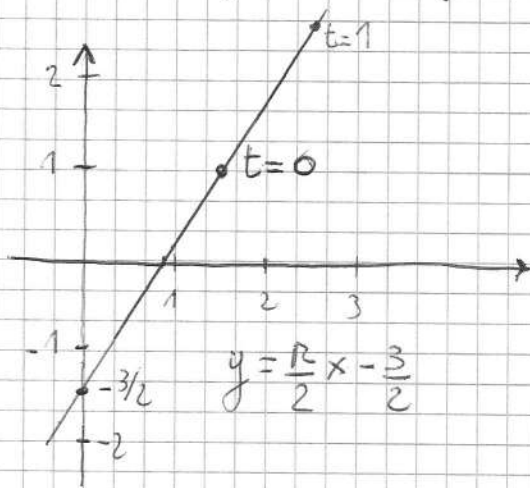
$$\begin{matrix} h & k \\ \text{"} & \text{"} \end{matrix} \quad 2x - 2y - 3 = 0 \quad (-k, h) = (2, 2) \text{ diviso per 2} \quad \left(1, \frac{2}{2}\right) = (1, b)$$

$$\boxed{b = \frac{2}{2}} \quad \text{Ci riuscì scrivere } \frac{2}{2} \text{ nelle risposte}$$

$$\text{parametrica} \quad \left(\frac{5}{2}, 1\right) + t \left(1, \frac{2}{2}\right)$$

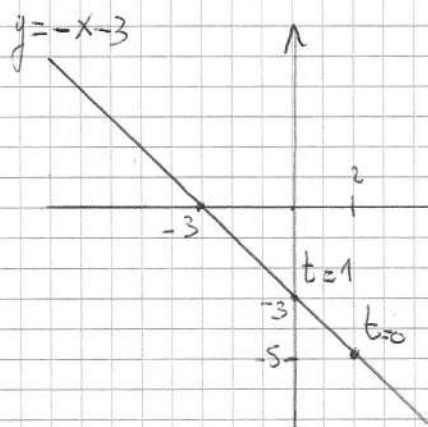
$$t=0 \Rightarrow \text{Punto base } \left(\frac{5}{2}, 1\right)$$

$$t=1 \quad \left(\frac{5}{2}, 1\right) + \left(1, \frac{2}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} + 1, 1 + \frac{2}{2}\right)$$



17a) $x + y + 3 = 0$

$(2, a) + t(b, 2)$



$(2, a)$ $2 + a + 3 = 0$ $a = -5$

$(2, -5) = \text{Punto base}$

$x + y + 3 = 0$ $(-K, w) = (-1, 1)$

multiplo di $(-1, 1) \Rightarrow (-2, 2) = (b, 2)$

$b = -2$

17b) $x - 2ry = 3$

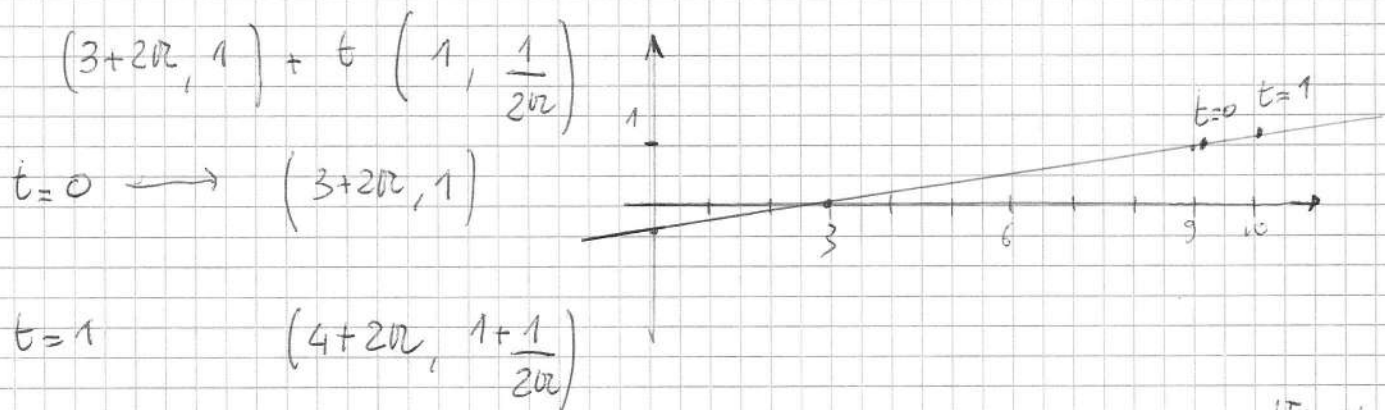
$(a + bt, t + 1) = (a, 1) + t(1, b)$

$(a, 1)$ sostituire nelle cartesiane $a - 2r = 3$ $a = 3 + 2r$

$(3 + 2r, 1) = \text{Punto base}$

$x - 2ry - 3 = 0$ $(-K, w) = (2r, 1)$ dividendo per $2r = (1, \frac{1}{2r})$

$(1, \frac{1}{2r}) = (1, b)$ $b = \frac{1}{2r}$ Giustizi scrivere $2r$ rispetto b



[Fine]