

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica  
Scritto d'esame di Analisi Matematica II  
Pisa, ?? ?? ????

1. Siano

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y\}, \quad f(x, y) = \frac{xy^2}{1 + x^2 + 4y^4}.$$

Determinare estremo inferiore e superiore di  $f$  in  $A$  specificando se si tratta di minimo/massimo e in tal caso i corrispondenti punti di minimo/massimo.

2. Sia  $T := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z \leq 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ . Calcolare

$$\int_T |x + y + z - 1| dx dy dz.$$

3. Si consideri per  $\alpha > 0$  l'insieme  $D_\alpha := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x^\alpha, x \geq 1\}$ . Stabilire per quali  $\alpha > 0$  converge l'integrale

$$\int_{D_\alpha} \frac{\arctan(xy)}{x^2 + y^2} dx dy.$$

4. Si consideri la curva del piano data da  $\gamma(t) = (\sin t - \cos t, \sin t + \cos t)$  per  $0 \leq t \leq \pi$ .

- (a) Provare che  $\gamma$  è semplice e farne un disegno approssimativo.
- (b) Determinare le intersezioni fra la curva  $\gamma$  e la retta  $x + y = 0$ .
- (c) Sia  $D$  la porzione di piano racchiusa da  $\gamma$  e dalla retta  $x + y = 0$ . Calcolare l'area di  $D$ .

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.