

• Curva  $(t, t^2)$   $t \in [-1, 1]$

$$\gamma(-1) = (-1, 1) \Rightarrow \gamma(1) \neq \gamma(-1) \text{ NON È CHIUSA}$$

$$\gamma(1) = (1, 1)$$

Poiché  $y(t) = t^2$  è strett. crescente allora la funzione è semplice.

Prova a disegnare  $t^2$ : ti sembra monotona?

Trovare la retta tangente alla curva per  $t=0$

Calcolo il vettore tangente che chiamo  $h$

$$h = (\dot{x}(t), \dot{y}(t)) \rightarrow h = (1, 2t)$$

Dunque la retta tangente è:

$$x(s) = x(0) + \dot{x}(0) \cdot s = 0 + s \Rightarrow \text{retta tangente}$$

$$y(s) = y(0) + \dot{y}(0) \cdot s = 0 \quad (0, 0) \text{ forma param.}$$

La forma cartesiana è  $\boxed{y=0}$

• Curva  $(t, \sin t)$   $t \in [-\pi, \pi]$

$$\gamma(-\pi) = (-\pi, 0)$$

$$\gamma(\pi) = (\pi, 0)$$

$$\gamma(-\pi) \neq \gamma(\pi) \Rightarrow \text{NON È CHIUSA}$$

Posso dire che la mia funzione è semplice

Per  $t \neq s$  la funzione che trovo

non ha soluzioni  $\begin{cases} t=s \\ \sin t = \sin s \end{cases}$

Guarda  
il  
grafico  
form. 2. meglio

$$\Rightarrow \text{È SEMPLICE}$$

Calcolo il vettore tangente che chiamo  $h$

$$h = (1, \cos t)$$

Dunque la retta tangente per  $t=0$

$$\begin{cases} x(s) = x(0) + \dot{x}(0) \cdot s = s \Rightarrow \text{retta tangente è} \\ y(s) = y(0) + \dot{y}(0)s = 0 \end{cases} \quad (0, 0)$$

$\rightarrow$  forma cart.  $\boxed{y-x=0}$



$$\gamma(t) = (\cos t, \sin t) \quad t \in [-4\pi, 4\pi]$$

$$\gamma(-4\pi) = (1, 0) \Rightarrow \gamma(-4\pi) = \gamma(4\pi) \Rightarrow \text{la curva è CHIUSA}$$

$$\gamma(4\pi) = (1, 0)$$

Per mostrare la semplicità vedo che

$$\gamma = \gamma(x(t), y(t)) \quad t \in [-4\pi, 4\pi]$$

non è iniettiva allora  $\Rightarrow \gamma$  NON È SEMPLICE

Scrivo ora la retta tangente per  $t=0$

Vettore tangente che chiamo  $u = (-\sin t, \cos t)$

$$r: \begin{cases} x(t) = x(0) + \dot{x}(0) \cdot s = 1 + 0 \\ y(t) = y(0) + \dot{y}(0) \cdot s = s \end{cases} \Rightarrow r: (1, t)$$

forma cart.

Il fatto che non sia iniettiva una funzione di  $x$  e  $y$  non ti dice che la curva non è semplice! Se trovi una funzione delle componenti iniettiva la curva è semplice ma non vale il viceversa



# ESERCIZI SU CURVE

•  $\gamma(t) = (e^{4t}, t + \cos t)$   $t \in [-1, 1]$

$\gamma(-1) = (e^{-4}, -1 + \cos(-1)) \Rightarrow \gamma(1) \neq \gamma(-1)$

$\gamma(1) = (e^4, 1 + \cos 1)$

LA CURVA NON È CHIUSA

La funzione  $e^{4t}$  è monotona perché è semplice  
studio la derivata

Scrivo il vettore tangente

$T = (4e^{4t}, 1 - \sin t)$

La retta tangente in  $t=0$  è:

$$\begin{cases} x(s) = 1 + 4s \\ y(s) = 1 + s \end{cases}$$

La eq. cart. è  $s = y - 1$

$x = 1 + 4y - 4$

$x - 4y + 3 = 0$

•  $\gamma(t) = (\cos^2 t, 2 \sin t)$

$t \in [-\pi, \pi]$

$\gamma(-\pi) = \gamma(\pi) \Rightarrow$  La curva è chiusa

In  $t \in [-\pi, \pi]$  la seconda componente per

$t \neq s$  non ha soluzioni perché  $2 \cdot \sin s = \sin t$

$\Rightarrow$  la curva è semplice perché  $g_A = f(x(t), y(t))$  non è iniettiva in  $[-\pi, \pi]$

► Scrivo ora il vettore tangente

$T = (-2 \sin t \cos^2 t, 2 \cos t)$

La retta tangente è in  $t=0$

$$\begin{cases} x(s) = 1 + 0 \cdot s \\ y(s) = 0 + 2s \end{cases}$$

$\Rightarrow$  La forma cartesiana

$\bar{x} \rightarrow s = y/2 \Rightarrow \boxed{x=1}$

Non si capisce cosa vuoi dire, se pensi che sia semplice o no, ma la prima affermazione è comunque falsa e per la seconda: chi sarebbe questa  $g(t)$  non iniettiva (e comunque vedi sopra)